

Лабораторна робота №1.

Симулятор мультикоптера та ПД-керування висінням

2 вересня 2026 р.

Мета

Навчитися запускати середовище `gym-pybullet-drones` і читати цикл симуляції: крок фізики, крок керування, вектор стану апарата. Побудувати ПД-регулятор висоти для нанодрона Crazyflie 2.1 і довести його до стійкого висіння. Зняти перехідні характеристики за різних коефіцієнтів та виміряти три показники якості: перерегулювання, час перехідного процесу й сталу похибку.

Склад бригади і розподіл ролей

Робота виконується бригадою з трьох осіб. Кожен учасник відповідає за свою підсистему, має власний результат і захищає його окремо. Спільними лишаються інтеграційний крок і підсумковий висновок.

- **Учасник А — середовище і модель апарата.** Піднімає симуляцію Crazyflie 2.1, налаштовує частоти фізики й керування, забезпечує збереження часових рядів і відповідає за те, щоб переведення тяги в оберти давало правильні числа.
- **Учасник В — регулятор.** Реалізує ПД-регулятор каналу висоти з компенсацією ваги, диференційною складовою за $-v_z$ і захистом інтегратора від накопичення при насиченні.
- **Учасник С — вимірювання і аналіз.** Пише функцію обчислення трьох показників якості, проводить серії запусків, будує графіки й відповідає за таблицю результатів.

Інтеграційний крок бригада виконує разом: регулятор учасника В під'єднується до середовища учасника А, після чого учасник С знімає з цієї збірки всі дев'ять серій і дослід зі стрибком завдання. Висновок про те, який набір коефіцієнтів кращий, формують спільно.

Теоретичні відомості

Кроком симуляції називають інтервал, за який розв'язувач один раз інтегрує рівняння руху. Фізику рахують на 1000 Гц, регулятор викликають на 50 Гц: між його викликами минає 20 кроків фізики, тож за 10 с це 10 000 кроків і 500 звертань. Керування будують каскадом: позиція (100 Гц) → кутові швидкості (500 Гц) → ШІМ моторів (1000 Гц), де внутрішній контур щонайменше вп'ятеро швидший за зовнішній. Апарат симетричний і стартує горизонтально, тому досліджується лише канал висота → тяга → мотори:

$$T(t) = mg + K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt}, \quad e(t) = z^*(t) - z(t) \quad (1)$$

де T — повна тяга, Н; $m = 0,027$ кг — маса моделі CF2X; $g = 9,81$ м/с²; z, z^* — поточна й задана висота, м; e — помилка висоти, м; K_p, K_i, K_d — пропорційний, інтегральний і диференціальний коефіцієнти.

Доданок $mg = 0,265$ Н компенсує вагу наперед (**feedforward**): при нульовій помилці апарат уже висить. Диференціальну складову беруть як $K_d(-v_z)$, інакше стрибок завдання дав би розривний сплеск керування. Тяга мотора пропорційна квадрату обертів, тому $n = \sqrt{T/(4k_F)}$ і $u = T/T_{\max}$, де $k_F = 3,16 \cdot 10^{-10}$ Н/(об/хв)², $T_{\max} = 0,596$ Н, $u \in [0; 1]$; для маси 27 г висіння дає $u \approx 0,44$ і близько 14 500 об/хв.

Три показники якості вимірюють за графіком $z(t)$. Позначимо початкову висоту z_0 , а розмах $\Delta = |z^* - z_0|$.

- **Перерегулювання** $\sigma = (z_{\max} - z^*)/\Delta \cdot 100\%$; прийнятним вважають $\sigma \leq 10\%$.
- **Час перехідного процесу** t_{π} настає в момент, після якого крива вже не виходить за коридор $|z - z^*| \leq 0,05 \Delta$.
- **Стала похибка** $e_{\text{ст}}$ — середнє $|z - z^*|$ на останніх 2 с. Вона виникає, коли регулятор не знає маси: за $K_i = 0$ зайву вагу m_n пропорційна складова врівноважує лише зі зсувом

$$e_{\text{ст}} \approx \frac{m_n g}{K_p}. \quad (2)$$

Корисні посилання для ознайомлення:

- [gym-pybullet-drones](#) — середовище, у якому виконується робота;
- [Bitcraze Crazyflie 2.1](#) — параметри реального апарата;
- [PyBullet](#) — розв'язувач фізики;
- [Åström, Murray. Feedback Systems](#) — розділ про PID.

Середовище

Python 3.12, [gym-pybullet-drones](#) (MIT) з усіма залежностями: [numpy](#), [matplotlib](#), [gymnasium](#), [stable-baselines3](#), [pybullet](#). Усе встановлюється з PyPI і GitHub.

Одна тонкість встановлення: [pybullet](#) не має готових збірок під Python 3.12, тому компілюється з джерел і потребує компілятора C++. На Ubuntu це `sudo apt install build-essential`, на macOS — інструменти командного рядка Xcode. Якщо збірка не проходить, робіть роботу в хмарному ноутбукі з попередньо встановленим компілятором — умови завдання від цього не змінюються.

Порядок виконання

1. **[разом]** Підняти середовище симуляції Crazyflie 2.1 і переконатися, що частоти фізики й керування відповідають заявленим: порахувати, скільки кроків фізики та звертань до регулятора припадає на епізод.
2. **[А]** Забезпечити збереження часових рядів стану й керування, а також коректне переведення тяги в оберти моторів. Перевірити результат розрахунком висіння вручну.
3. **[В]** Реалізувати ПІД-регулятор каналу висоти за формулою (1) з компенсацією ваги. Довести апарат до стійкого висіння на заданій висоті.

4. [С] Написати функцію обчислення трьох показників якості з розділу теоретичних відомостей і перевірити її на одному прогоні.
5. [С] Дослідити вплив кожного з трьох коефіцієнтів: спланувати серії запусків, де змінюється лише один коефіцієнт, і звести результати в таблицю показників. Діапазони обрати самостійно — так, щоб у серіях було видно і надмірне перерегулювання, і незгасні коливання, і сталу похибку.
6. [В] Додати невраховане навантаження й показати, як це впливає на сталу похибку. Зіставити виміряне з оцінкою за формулою (2).
7. [разом] Провести дослід зі стрибком завдання висоти й виміряти ті самі показники для другого перехідного процесу. Пояснити, чим він відрізняється від зльоту.
8. [разом] **Оформити ноутбук.** Зібрати роботу в один Jupyter-ноутбук: код кожного учасника у своїх комітках із короткими коментарями там, де це доречно. Обов'язково всередині: схеми, графіки й таблиці, отримані в роботі, а також висновки — три-п'ять перевірюваних тверджень із числами. Ноутбук має виконуватися від початку до кінця без ручних правок; у першій комітці вкажіть, хто з учасників за які комірки відповідав.

Контрольні запитання

1. Що таке крок симуляції і чому фізику рахують на 1000 Гц, а регулятор на 50 Гц?
2. Назвіть три контури каскаду керування мультикоптером і їхні частоти. Яке правило пов'язує частоти сусідніх контурів і що буде, якщо його порушити?
3. Що робить кожна з трьох складових ПД-регулятора і яка з них усуває сталу похибку? Навіщо у формулі (1) доданок mg ?
4. Чому диференційну складову беруть за $-v_z$, а не за похідною помилки?
5. Апарат несе 8 г неврахованого навантаження, $K_p = 0,5$ Н/м, $K_i = 0$. Оцініть сталу похибку висоти.
6. Як за графіком $z(t)$ виміряти перерегулювання й час перехідного процесу та від чого відлічується розмах Δ ?
7. Чому надто велике K_d погіршує роботу регулятора, хоча воно й гасить коливання?
8. Що таке насичення керування ($u = 1$) і як воно спотворює вимірювання перерегулювання під час зльоту?